Chapitre IX

L'effort Tranchant

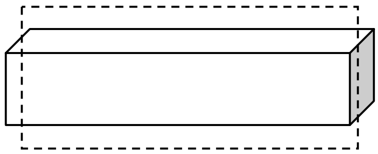
Chapitre IX : L'effort tranchant

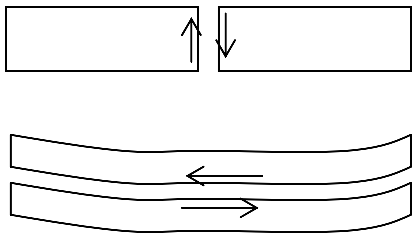
II- Généralités :

Dans une poutre en béton armé l'effort tranchant est équilibré par les armatures transversales.

III- Contrainte tangentielle conventionnelle :

L'effort tranchant fait glisser les plans les uns par rapport aux autre, les plans perpendiculaires et les plans parallèles.





La contrainte tangente (contrainte de cisaillement) dans la section ou se produit l'effort tranchant sera donnée par l'équation suivante : $\tau = \dfrac{T.S}{b.I}$

Avec : T : l'effort tranchant.

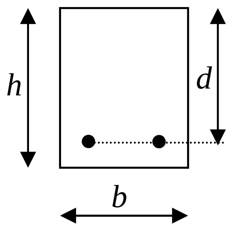
S : Moment statique de la section.

b : la largeur de la section.

I : le moment d'inertie de la section.

Le règlement C.B.A admet par simplification le principe de la tangente conventionnelle ultime:

$$\tau_u = \frac{T_u}{b.d}$$



τ_u : la contrainte de cisaillement.

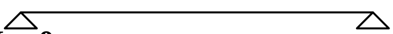
T_u : l'effort tranchant.

b : la largeur de la section.

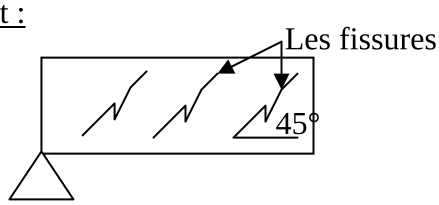
d : la distance entre la fibre supérieure et les armatures inférieures.

III- Comportement des poutres sous l'action de l'effort tranchant :

1- Etat de contrainte provoqué par l'effort tranchant :



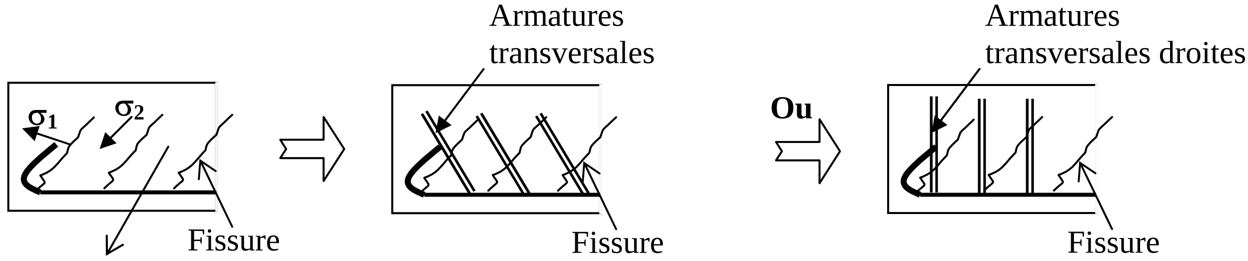
M = 0
T=Tmax



Les contraintes normales dans le béton aux appuis (isostatique) sont nulles. Donc nous avons un cisaillement pur.

2- Nécessité d'armatures transversales :

Le béton par sa faible résistance à la traction ne peut équilibrer les contraintes de traction engendrées par l'effort tranchant. Il est donc nécessaire de renforcer cette insuffisance par des armatures qui vont coudre ces fissures leurs disposition logique sera :



1^{er} cas de couture des fissures.

$2^{ème}$ cas de couture des fissures.

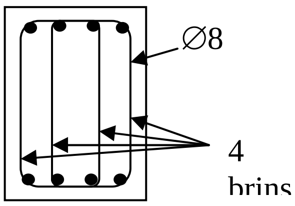
Parce que leur efficacité reste la même et pour faciliter l'exécution; les armatures seront disposées de la manière suivant le $2^{ème}$ cas. On notera le ferraillage comme suit :

A_t : La quantité d'acier d'armature.

A_t = n . ∅ avec : n : le nombre de brin.

∅ = le diamètre du brin en général ∅**6** ou ∅**8**.

Exemple :



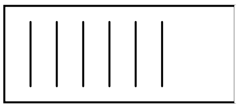
Nous avons : **A_t = 4 ∅8**

3 – Justification des poutres sous sollicitations tangentes :

a- Justification du béton :

La contrainte tangentielle τ_u doit satisfaire les conditions suivantes

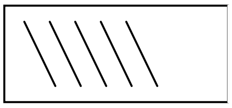
- Cas d'armatures droites :



$$\tau_u \leq \min\left(\frac{0{,}2.f_{c28}}{\gamma_b};\ 5\,MPa\right)$$ pour une fissuration peu préjudiciable.

$\tau_u \leq \min\left(\frac{0{,}15.f_{c28}}{\gamma_b}\;;\;4\,MPa\right)$ pour une fissuration très préjudiciable ou préjudiciable.

- Cas d'armatures inclinées :

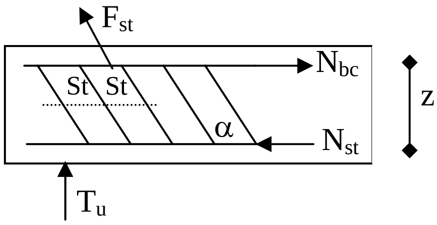


$$\tau_u \leq \min\left(\frac{0{,}27.f_{c28}}{\gamma_b}\;;\;7\,MPa\right)$$

Si $\tau_u > \tau_{ulimite} \Rightarrow$ on doit augmenter les dimensions de la section.

3 – Justification des poutres sous sollicitations tangentes :

$$n = \frac{z.(1+\cot g\,\alpha)}{St}$$



Projection verticale : $T_u = F_{st}\ .\ \sin\alpha$

En remplaçant toutes ces forces et en faisant la transformation nécessaire et en utilisant des approximations, on obtient :

$$\frac{A_t}{b\,.\,\mathrm{St}} \geq \frac{\tau_u - 0{,}3.k.f_{tj}^{'}}{0{,}9.\dfrac{fe}{\gamma_s}.(\sin\alpha + \cos\alpha)} \Leftrightarrow \frac{A_t}{b\,.\,\mathrm{St}} \geq \frac{\tau_u - 0{,}3.k.f_{tj}^{'}}{0{,}8.fe.(\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

- Si on utilise des cadres droits $\Rightarrow$ $\sin\alpha + \cos\alpha = 1$.

- $f_{tj}^{'} = \min\,(f_{tj}\ ;\ 3{,}3\ \mathrm{MPa})$

- k = 1 : dans le cas général.

k = 0 : si la fissuration est très préjudiciable ou s'il y'a reprise de bétonnage.

- Conditions complémentaires :

$\mathrm{St} \geq 7$ cm avec $S_{tmin} = 7$ cm.

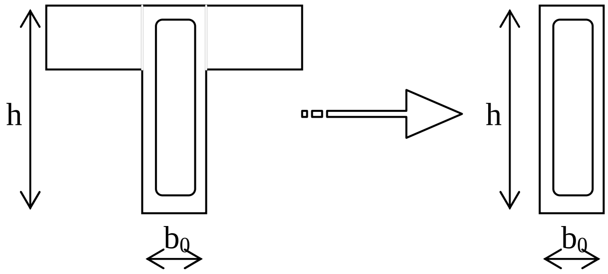
$\mathrm{St} \leq \min\,(0{,}9.d\ ;\ 40\ \mathrm{cm})$

$\frac{A_t\,.\,fe}{b\,.\,\mathrm{St}} \geq 0{,}4$ MPa

$\varnothing_t \leq \min\left(\frac{h}{35};\frac{b}{10};\phi_l\right)$

$\varnothing_t \leq 12$ mm

- Effort tranchant pour une section en Té :

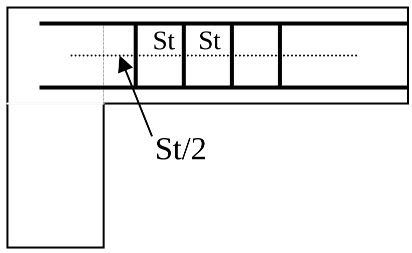


On considère que seul l'âme résiste à l'effort tranchant :

$$\tau = \frac{T}{b_0 \cdot d}$$

6- Répartition des cadres le long de la poutre :

a – Position du 1er cadre :



b – Répartition des cadres :

- Méthode forfaitaire de Caquot :

Cette méthode est applicable qu'aux poutres de section constante et soumises à des charges uniformément réparties.

1°- On calcule St_0

2°- On prendra l'espacement immédiatement inférieur à St_0 dans la série de Caquot suivantes : **7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 13 ; 16 ; 20 ; 25 ; 25 ; 35. (cm)**

On choisis les espacements successivement qu'on respectera autant de fois en nombre entier compris dans la demi porté de la poutre ou la porté d'une console.

Exemple : St = 9,68 cm →de la série on prend St = 9 cm

3 × 9 ; 3 × 10 ; 3 × 11 ;… jusqu'à la demi porté.

- Epure de répartition : aucune condition n'est imposée.

$$\frac{A_t}{b\,.\,\mathrm{St}} \geq \frac{\tau_u - 0{,}3.k.f_{tj}}{0{,}8.fe}$$

$$\frac{A_t}{b\,.\,\mathrm{St}} \geq \frac{\tau_u}{0{,}8.fe} - \frac{0{,}3.k.f_{tj}}{0{,}8.fe}$$

$$\tau_u \leq \frac{A_t.0{,}8.fe}{b.St} + 0{,}3.k.f_{tj}$$ ……..multiplions les deux cotés par (**b** × **d**) .

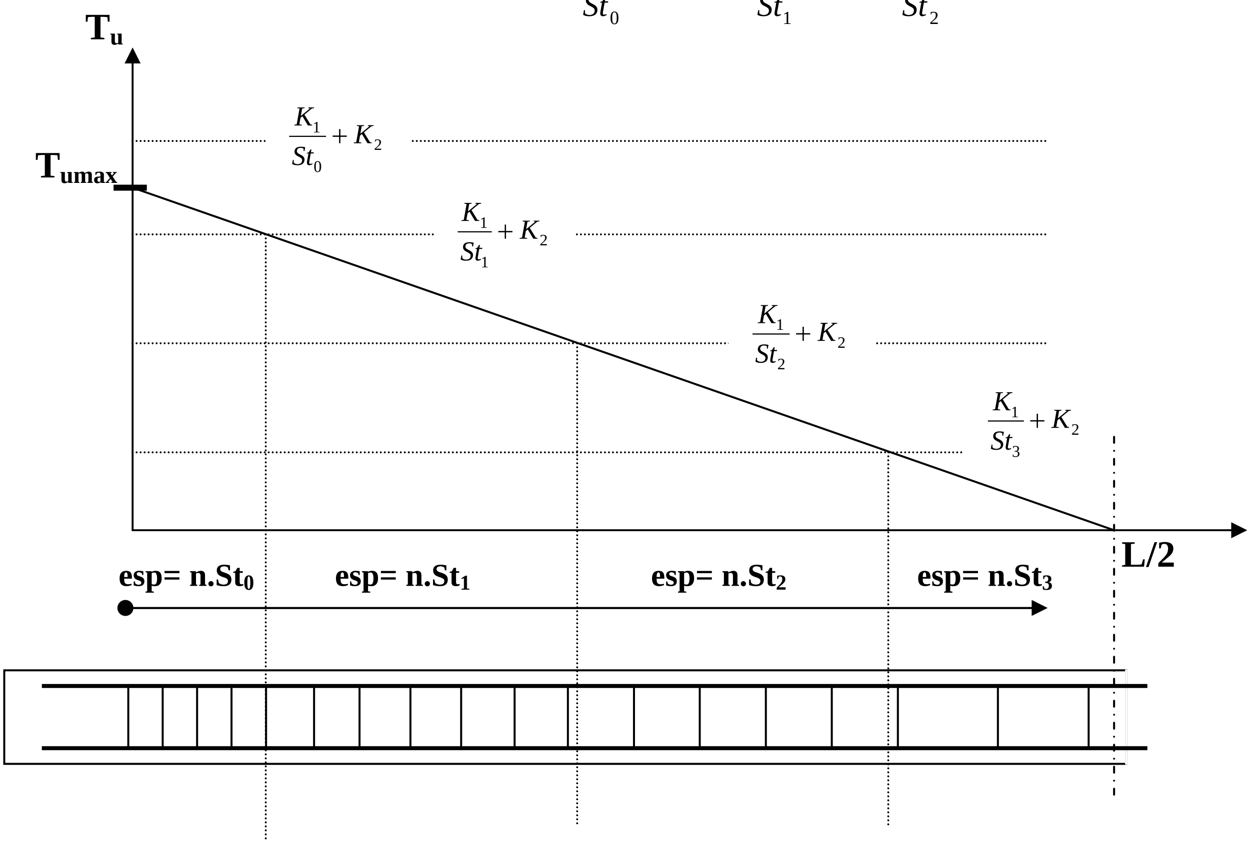
$$T_u \leq \frac{A_t.0{,}8.fe\,.\,d}{St} + 0{,}3.k.f_{tj}.b.d$$

Posons : $A_t \,.\, 0{,}8 \,.\, fe \,.d = K_1$ *et* $0{,}3 \,.\, f_{tj} \,.\, k \,.b \,.\, d = K_2$

D'où : $$T_u \leq \frac{K_1}{St} + K_2$$

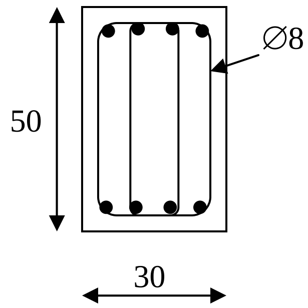
La méthode sera la suivante :

- On calcule St_0.
- On choisit les espacements St_1 ; St_2 ; St_3 …. Tel que $St_1 \leq St_2 \leq St_3$ …
- On calcule les quantités $\frac{K_1}{St_0} + K_2$; $\frac{K_1}{St_1} + K_2$; $\frac{K_1}{St_2} + K_2$;……



-Application :

Soit une poutre rectangulaire d'une portée L = 6 m soumise à un effort tranchant T_u = 200 KN. Si les cadres transversaux sont droits et de nuance FeE240. Sachant que f_{c28} = 25 MPa ; la fissuration est préjudiciable et il n'y a pas de reprise de bétonnage.



Solution :

1- La vérification de la contrainte de cisaillement dans le béton :

$$\tau_u = \frac{T_u}{b.d} = \frac{0,2}{0,3 \times 0,45} = 1,48 \text{ MPa}$$

La fissuration est préjudiciable:

$$\overline{\tau_u} \leq \min\left(\frac{0,15.f_{c28}}{\gamma_b};\ 4\,MPa\right) \Leftrightarrow \overline{\tau_u} \leq \min\left(\frac{0,15 \times 25}{1,5};\ 4\,MPa\right) = 2,5 \text{ MPA}$$

Donc : $\tau_u < \overline{\tau_u}$

2- calcul de l'espacement entre cadres :

$$\frac{A_t}{b\,.\,\text{St}} \geq \frac{\tau_u - 0,3.k.f_{tj}^{'}}{0,8.fe.(\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

-cadres droits : $\sin\alpha + \cos\alpha = 1$.

- $f_{tj}^{'}$ = min (f_{tj} ; 3,3 MPa) = 2,1 MPa

- k = 1 : dans le cas général.

- A_t = 4∅8 = 2,01 cm².

- fe = 235 MPa

$$\Rightarrow \quad \text{St} \leq \frac{A_t.0,8.fe}{b.(\tau_u - 0,3.k.f_{tj}^{'})} \Leftrightarrow \text{St} \leq \frac{A_t.0,8.fe}{b.(\tau_u - 0,3.k.f_{tj})}$$

$$\Leftrightarrow \quad \text{St} \leq \frac{2,01 \times 10^{-4} \times 0,8 \times 235}{0,3(1,48 - 0,3 \times 1 \times 2,1)} \Rightarrow \text{St} \leq 14,8 \text{ cm.}$$

- Conditions complémentaires :

St ≥ 7 cm avec S_{tmin} = 7 cm.

St ≤ min (0,9.d ; 40 cm) ≤ min (40,5 cm ; 40 cm)

$$\frac{A_t \cdot fe}{b \cdot \mathrm{St}} \geq 0{,}4 \text{ MPa} \Rightarrow \frac{2{,}01 \times 10^{-4} \times 235}{0{,}30 \times 0{,}148} = 1{,}06\, MPa \geq 0{,}4 \text{ MPa}$$

$$\varnothing_t \leq \min\left(\frac{h}{35};\frac{\mathrm{b}}{10};\phi_l\right) \text{ choix effectué à la flexion.}$$

$\varnothing_t \leq$ 12 mm

De la série de Caquot → St = 13 cm. n = L/2 = 6,00/2 = 3